

**MAI 1 - domácí úkol ze cvičení 2:**

1. Zopakujte si princip důkazu matematickou indukcí a dokažte (užitím matematické indukce):

a) Je-li  $q \neq 1, n \in \mathbb{N}$ , pak  $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ .

b) Pro  $n \in \mathbb{N}, n \neq 3$  platí  $2^n \geq n^2$ .

2. Ukažte, že platí ( $A, B, C$  jsou množiny):

a)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

b)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

A dobrovolně můžete promyslet (nebo i sepsat):

3. Je dáno zobrazení  $f: A \rightarrow B$  a  $M, M_i \subseteq A$ ,  $N, N_i \subseteq B, (i=1,2)$ ; označme

$$f(M) = \{b \in B; \exists a \in A: f(a) = b\} \text{ a } f^{-1}(N) = \{a \in A; f(a) \in N\}.$$

Rozhodněte, zda platí následující tvrzení a pokud některé neplatí, pokuste se charakterizovat zobrazení, pro která tvrzení platí:

a)  $f(M_1 \cup M_2) = f(M_1) \cup f(M_2)$  ;

b)  $f(M_1 \cap M_2) = f(M_1) \cap f(M_2)$  ;

c)  $\forall M \subseteq A: f^{-1}(f(M)) = M$  ;

d)  $\forall N \subseteq B: f(f^{-1}(N)) = N$  .